

Aufgaben

(31) Sei $C = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 x_2 = x_3^2\}$.

(a) Zeigen Sie: Es gibt eine Teilmenge $\mathcal{P}_C \subseteq \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ derart, dass

$$\bigcup_{p \in \mathcal{P}_C} p = C$$

(b) Bestimmen Sie eine Hyperebene H in \mathbb{R}^3 derart, dass $H \cap C$ einen Kreis oder eine Ellipse ergibt.

(32) Sei V ein vierdimensionaler Vektorraum über dem Körper K und $\mathbb{P}(V)$ der zugehörige projektive Raum. Zeigen Sie ausführlich auf Grund der Definitionen 1 und 2 in § 9:

Der Verbindungsraum dreier verschiedener Punkte aus $\mathbb{P}(V)$, die nicht auf einer Geraden liegen, ist eine Ebene.

(33) (a) Gibt es eine Projektivität von $\mathbb{P}_{\mathbb{Z}_2}^2$ ohne Fixpunkte ?

(b) Gibt es eine Projektivität von $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ mit genau zwei Fixpunkten ?